
Grandeur, mesure et unités

Comparer, classer, décrire le monde qualitativement et quantitativement

Frédéric Kapala

IUFM de Franche-Comté - 2 janvier 2006

Enseignement de la mesure à l'école primaire	4
Les trois points	4
Différence entre Mesure et Mesurage	4
Grandeurs : repères et définitions	4
Définitions	4
Confusions entre grandeur, mesure et unités	4
Le concept de grandeur : aspects fondamentaux	5
Une conception philosophique de la grandeur	5
L'idée de grandeur : raisonnement circulaire	5
Grandeur et continuité	5
Grandeur et Valeur	5
Grandeur Mesurable et Grandeur Repérable	5
Typologie topologique des grandeurs	6
Intensivité et extensivité	6
Critères et propriétés	6
Qu'est-ce qu'un critère ?	7
Critère, descripteur, variable et... grandeur	7
Quels critères pour les activités de tri et de logique à l'école ?	8
Comment mettre en place les critères à l'école ?	9
Des critères pour quoi faire ?	10
Les critères sont à trouver	10
Les critères sont donnés	14
Coder les tris et les classements	14

Construction des grandeurs	14
Nécessité de comparer les objets et les phénomènes	14
Première grandeur construite	14
Grandeurs usuelles	15
Grandeurs mesurables	15
Grandeurs repérables	15
Construction du concept de grandeur mesurable sans utiliser les nombres	15
Quelques remarques de physicien...	16
Les remarques du mathématicien	17
Les nombres associés	18
Pourquoi associer des nombres ?	18
Mesure d'une grandeur mesurable	18
Application de la mesure	18
Propriétés	18
Repérage d'une grandeur repérable	18
Exemples	18
Hauteur et altitude	19
Place particulière des longueurs	20
Constats	20
Rôle privilégié dans la construction du nombre	20
Étymologie / vocabulaire	20
Rôle important dans la représentation des autres grandeurs	20
Premier mesurage de longueur d'objets rectilignes avec emploi d'unités arbitraires	21
À la grande section	21
Nécessité d'avoir les mêmes mesures pour communiquer	21
Faire des encadrements entre deux entiers naturels : choisir des unités plus petites ou plus grandes	22
Les unités-homme des bâtisseurs de l'époque romane	22
La pige et les différentes unités	22
Les relations	22

Mesurage, mesures et unités	23
Différents systèmes de mesure	23
Les mesures avant le système métrique	23
Le système anglo-saxon	23
Le système métrique : la question des étalons	24
Des activités à conduire	25
Fabriquer des instruments gradués	25
Utiliser des instruments gradués	26
Exercices de conversion	26
Introduire et utiliser des nouveaux nombres	27
Sens physique lié à l'unité	27
Application : Construction de la grandeur masse à partir des phénomènes d'équilibres.	28
ANNEXE 1	30
La réalité et le concept de grandeur	30
Opérationnalisme ou réalisme ? Qu'est-ce qui préexiste, la grandeur ou l'instrument ?	30
Corps et qualités	32
Concept de grandeur physique	33
Représentation, composition, extension des grandeurs	33

Enseignement de la mesure à l'école primaire

Les trois points

- la construction des différentes grandeurs à mesurer ;
- les notions de mesure et d'unité ;
- le mesurage, les instruments de mesure, les unités légales et le problème des approximations dans les mesures.

Différence entre Mesure et Mesurage

- MESURAGE : action de mesurer.
- MESURE : théorie et résultat du mesurage.

Grandeurs : repères et définitions

Définitions

- Une grandeur est un caractère d'un objet ou d'un phénomène, susceptible d'une variation ;
- Tout ce à quoi on peut affecter une valeur, dans un système d'unités de mesure (> Dictionnaire encyclopédique universel, Précis) ;
- Ce qui peut être estimé, mesuré (> Petit Larousse).

Confusions entre grandeur, mesure et unités

Quelques "expressions" à analyser et à "rectifier" :

- une tige de 80 cm ;
- un bidon de 5 L ;
- un enfant de 35 kg...

On passe du "phénomène" à la mesure sans passer par la grandeur...

Dans une bonne intelligence de ce qu'est une grandeur, ces phrases cachent une complexité hiérarchique dont on doit prendre conscience :

"une tige dont la valeur de la mesure de la longueur est 80 cm" ou bien "une tige dont la mesure de la longueur vaut 80 cm".

Le but n'est pas ici d'imposer des formulations dont la lourdeur en condamne de toute façon l'usage, mais d'attirer l'attention sur les obstacles (au sens bachelardien) que les expressions courantes traduisent. Dans certains cas, la confusion entre grandeur mesure et unité est totale. Le cas de la grandeur "quantité de matière" est particulièrement flagrant : on entend systématiquement dire "le nombre de mole est..." à la place de "la quantité de matière vaut..." ou "la valeur de la quantité de matière est..."

Le concept de grandeur : aspects fondamentaux

Ce paragraphe reprend les points essentiels de l'annexe 1.

Une conception philosophique de la grandeur

Selon qu'on considère qu'il n'y a rien en dehors de la mesure effectuée ou qu'on pense que cette mesure permet de connaître le réel en le catégorisant, l'objet de la métrologie sera soit la mesure elle-même ou la grandeur dont on mesure la valeur de l'intensité.

L'idée de grandeur : raisonnement circulaire

Nous avons l'idée d'une certaine qualité en la reconnaissant dans certains corps, mais nous ne pouvons reconnaître cette qualité dans un corps que si nous en avons déjà l'idée.

Grandeur et continuité

Un corps ne peut être décrit que si on en a reconnu l'unité ; or c'est la continuité de la qualité à travers le corps qui permet d'en reconnaître l'unité.

Grandeur et Valeur

L'expérience qui consiste à accrocher des poids différents à un même ressort montre que tous les poids ne conduisent pas au même allongement ; d'où le concept de valeur (ou d'intensité) d'une grandeur. Ainsi la grandeur est liée à la qualité, alors que l'intensité exprime la quantité. Il ne faut donc pas confondre les concepts de grandeur et de valeur (ambiguïté qui est entretenue par la traduction anglaise de "grandeur" : quantity).

De ce fait ce qu'on mesure, ce n'est pas vraiment la grandeur, mais l'intensité de la grandeur qui se traduit par une valeur.

Grandeur Mesurable et Grandeur Repérable

Pour la plupart des grandeurs courantes, on peut définir la somme de deux valeurs d'une même grandeur: on sait par exemple additionner physiquement deux longueurs ou deux masses. Ces grandeurs ont les propriétés d'un groupe additif commutatif ; on dit qu'elles sont "mesurables".

Par contre il existe des grandeurs dont on ne sait que constater l'égalité, ou dire si l'une est plus grande que l'autre: c'est le cas par exemple de la température ou de la dureté. Ces grandeurs forment un ensemble ordonnable ; on dit qu'elles sont "repérables".

A la limite, l'échelle de repérage est tellement réduite qu'on peut seulement exprimer la valeur de la grandeur en tout ou rien ; on parle alors d'attribut. C'est ainsi qu'un produit peut être bon ou défectueux; un calibre "entre-n'entre pas" permet de classer par exemple des axes en deux catégories selon leur diamètre.

Typologie topologique des grandeurs

Une grandeur est en général définie en tous points d'un corps donné : c'est une grandeur moyenne car on peut déterminer une valeur commune pour tout le volume du corps ; donnons comme exemple la masse volumique d'un objet. Dans le cas de la rugosité, la moyenne ne concerne que la surface du corps. Enfin, certaines propriétés, comme la longueur, l'épaisseur ou le diamètre, sont extrémales; le diamètre d'un ensemble de points est par exemple défini comme étant la plus grande distance entre deux points quelconques.

Intensivité et extensivité¹

Il est commode de classer les grandeurs en deux catégories : les unes, comme le volume ou la quantité de matière, sont associées à la taille du système qu'elles caractérisent : ce sont des grandeurs extensives ; d'autres, comme la température et la pression, spécifient une propriété définie localement, indépendante de la taille du système : ce sont des grandeurs intensives.

Critères et propriétés

Décrire c'est dépeindre, écrire, mais aussi "se déplacer selon une courbe". Cette réduction de la dimensionnalité du phénomène observé exige la définition de variables génératrices,

¹ D'après Prigogine et Kondepudi, "Thermodynamique", Odile jacob

qui forment la base, le repère de l'espace de description. Ceci s'opère par le choix nécessaire d'un ensemble de critères, de propriétés de l'objet (au sens large) à décrire.

Qu'est-ce qu'un critère ?

❖ Encyclopædia Universalis

1. ce qui permet de réaliser un tri, de choisir, de servir de base de jugement.
2. en mathématiques, méthode de détermination de l'existence d'une propriété mathématique.

❖ Encyclopédie Larousse

1. Caractère, principe qui permet de distinguer une chose d'une autre, d'émettre un jugement, une estimation.
2. Moyen permettant de conclure à l'existence d'une propriété mathématique.

❖ Larousse dictionnaire étymologique

1. forme francisée de "critérium" du latin scolastique "criterium", de grec "kritêrion", du verbe "krinein", discerner.

Critère, descripteur, variable et... grandeur

❖ Un descripteur est un ensemble de signes donnant une description d'une variable.

❖ Le critère est une propriété binaire qui n'a que 2 valeurs de vérité (oui/non).

❖ Le descripteur appartient au domaine de la représentation ; il permet la description d'une **variable** (Terme indéterminé dont l'ensemble des valeurs numériques possibles est déterminé) dans ses variations continues ou discrètes (intensité de la variable...), variable qui est elle-même liée à une propriété (étude d'un objet et/ou d'un phénomène).

par exemple :

- parmi une collection de formes géométriques, le critère "carré".

- parmi une collection de carrés de tailles différentes (la variable est la taille associée à la grandeur “longueur d’un côté”) il faut pouvoir décrire ces différences de tailles : ce sera le rôle de la mesure.

Quels critères pour les activités de tri et de logique à l’école ?

Dans le tableau qui suit sont présentées des propriétés qui relèvent de la vue (couleur, solide, surface, longueur, vitesse, quantité), du toucher (masse, solide, surface), de la perception du temps (durée, vitesse).

On peut en citer d’autres :

Toucher : dureté/mollesse, solidité/fragilité, lisse/granuleux, doux/piquant, froid/chaud...

Ouïe : aigu/grave, timbre brillant/sourd, sonore/assourdi...

goût : acidité, amertume, sucré, salé,...

odorat : présence ou absence d’odeur, fort/pas fort,...

Pour celles-ci, il reste à voir à quel niveau, quel âge ils peuvent être introduits.

PROPRIÉTÉ	2-3 ANS	3-4 ANS	MOYENS	GRANDS
une couleur	rouge, jaune	bleu, vert, noir	couleurs intermédiaires, tons clairs, foncés	
un solide (3D)	boule	boite	cube, anneau	cône, cylindre plein, creux, ovoïde
une surface (2D)	rond	rond, rectangle, pointu	carré, triangle	losange, ovale
une longueur	petit	moyen, grand, loin, près	long, court, haut, bas	profond, épais, large, étroit, le plus loin, le plus haut, le plus large, la taille d’un enfant
une masse		lourd, léger		
une capacité		plein, vide	à moitié	
une vitesse	vite		doucement, lentement	lentement, plus vite, moins vite

une durée			un jour de la semaine	longtemps, de temps en temps, souvent, toujours, jamais, matin, après-midi, hier, aujourd'hui, demain, l'âge d'un enfant
une quantité		trop	beaucoup, pas beaucoup, rien, les nombres jusqu'à 5 (perception globale)	quelques mais pas beaucoup, quelques, il n'y en a pas, il n'y en a plus, plusieurs, autant (les nombres de 1 à 5 au moins)

Ces critères permettent de mettre en place une étude macroscopique des propriétés des matériaux.

Cette liste de critères n'est évidemment pas exhaustive ; de nombreuses propriétés pourront ne faire appel qu'indirectement aux sens, même si à strictement parler, ceux-ci (et en particulier la vue) sont à priori indispensables à toute perception de données !

On peut noter l'importance des activités de prévention, sensibilisation à la sécurité, dans la construction de certains critères : c'est chaud, ça va vite...

Comment mettre en place les critères à l'école ?

La construction de critères et leur utilisation dans les activités de tri et de classements, notamment dans les activités relevant traditionnellement des mathématiques, sont très importantes dans l'optique de la construction des grandeurs physiques.

1. Un problème est posé

Il faut donner un enjeu à l'activité ; prenons l'exemple d'une activité destinée à mettre en évidence les propriétés fluides de l'eau en remplissant un récipient de référence à l'aide de différents ustensiles, troués ou plein ; on va proposer aux enfants de jouer ; les enfants doivent choisir un ustensile dans la banque ; au signal, les enfants doivent commencer à remplir le récipient à l'aide de l'ustensile ; le premier enfant (ou la première équipe) à avoir réussi est déclaré vainqueur ; on recommence en alternant les ustensiles...

critère : laisse passer l'eau ; propriété : fluidité

2. La réponse n'est pas immédiate

Dans l'exemple précédent, les manches se succédant, les enfants doivent affiner leur "stratégie". Ils doivent tâtonner, expérimenter, chercher.

3. Types de solutions

la solution est :

- non verbale : l'action traduit la résolution du problème ;
- verbale : la solution est dite, oralisée ;
- symbolique : la solution est représentée.

4. Tester et utiliser

Pour valider la solution, on peut la tester en l'utilisant, en réinvestissant les acquis sur une situation problème connexe.

par exemple, comment faut-il faire pour transporter de l'eau dans ses mains en en perdant le moins possible ?

Des critères pour quoi faire ?

Les critères sont à trouver

Soit implicitement (non verbal, validation par la réussite), soit explicitement (verbal et symbolique).

Pour Comparer

❖ Établir des ressemblances

On dispose de deux ensembles ayant exactement les mêmes éléments.

-> Faire des paires d'objets "exactement pareils" (activité basée sur de la discrimination visuelle) (voir article de Pour la Science n° 111 de janvier 1987 "l'identification des objets visuels)

- si les cartes sont étalées : memory ;
- si les cartes sont distribuées et tirées : paires, mariages ;
- œil de lynx (développer l'acuité visuelle)

- lotos imagés
- dominos imagés
- 4 saisons : repérage dans un ensemble

❖ Établir des différences

- trouver l'intrus :
- parmi les cartes toutes visibles, une seule n'a pas de jumelle ;
- le jeu du puant : dans un des jeux on enlève une carte.
- le jeu des erreurs ;
- faire une suite, mettre côte à côte à 1 différence, à 2 différences ;
- ranger des images séquentielles "un de plus" ou "un de moins".

❖ Établir des ressemblances et des différences

- le jeu des set.

Pour décrire

❖ Pour valider :

- une comparaison ;
- un tri, un classement ;
- un rangement ;
- une suite.

❖ Pour identifier et reconnaître un élément caché :

- Prélude à la déduction : jeu du portrait "Qui est-ce ?
- avec logidés, qui représentent les différentes valeurs (descripteur) de la variable ou du critère ;
- avec logicartes ;
- avec des questions ou l'on ne répond que par oui ou par non :
- on dispose de tous les éléments et on élabore une stratégie pour déduire les renseignements : on enlève les éléments qui ne conviennent pas.
- on remplit un tableau à 1 seule colonne où sont les descripteurs ; on code par oui ou par non ; apprentissage de l'utilisation des réponses négatives.
- jeux d'ombres : deviner l'objet à partir d'ombres projetées ;

- zoom arrière : (quadrichromie, pixels informatique...) deviner ce que représente une image à partir d'agrandissements ;
- boîte à trésors / boîte mystère : en variant matériaux, formes, tailles,...

Pour trier et classer

❖ Trier c'est :

- choisir les éléments qui ont même valeur d'un critère ;
- mettre en place la non-propriété pour les éléments qui restent ;
- faire apparaître la partie complémentaire.

❖ Classer c'est trier selon plusieurs critères :

- on fait des classes ;
- on met ensemble des éléments qui ont le même critère ;
- on utilise une relation d'équivalence ;
- on réalise une partition de l'ensemble.

❖ Outils de classement :

- boîtes non transparentes : tant qu'on n'utilise que la vue, elles ne permettent d'isoler qu'un seul critère ; si on utilise d'autres sens (le toucher par exemple) on peut alors "visualiser plusieurs critères (ex. forme, taille et état de surface...) ;
- tableaux à double entrée : 2 critères. Par exemple, avec les blocs logiques, pour construire le tableau avec les enfants, on peut fabriquer des routes parallèles matérialisées par des bandes qu'on déroule au sol pour chaque forme ; à l'intérieur, on regroupe les blocs de même couleur, en formant des routes qui croisent les précédentes. Dans un deuxième temps, on garde la trace des routes ; le tableau est ainsi représenté ; on donne du sens aux propriétés de chaque case.
- arbres : s'il y a plus de deux critères ; l'arbre donne l'ensemble des possibles.
- diagrammes de Venn, diagrammes de Carroll : énoncés de problèmes au cycle 3.

❖ Établir des relations d'ordre au sein de l'ensemble : ranger.

Ranger, c'est mettre en rang, mettre en ordre. Cela nécessite la comparaison 2 à 2 des éléments selon une relation déterminée ; c'est organiser globalement. La notion de rangement en mathématiques est associée à la notion de relation d'ordre total.

Remarques :

- il existe des relations qui permettent de ranger et qui ne sont pas des relations d'ordre.
ex. : "a pour successeur" dans \mathbb{N} ;
- il existe des relations d'ordre qui ne permettent pas de ranger. ex. : "est un diviseur" dans \mathbb{N} .

Pour établir des suites algorithmiques : les activités à règles

Ce sont des activités dans lesquelles l'enfant est amené à reconnaître et/ou à faire fonctionner une loi ; elles illustrent la résolution de problèmes liés à une véritable recherche ; elles sont des éléments essentiels dans la structuration de l'espace et du temps : il y a un "avant" et un "après".

❖ Algorithmes (du nom de Al Khowarizmi) :

C'est un processus qui permet de résoudre un problème par un enchaînement d'actions en nombre fini, souvent identiques et qui, répétées, conduisent au but que l'on s'est fixé.

- algorithme répétitif : la "séquence" se répète identique à elle-même ;
- algorithme récursif : une même transformation fait passer d'une séquence à la séquence suivante.

❖ Suites algorithmiques.

Elles sont souvent appelées "algorithmes" par les enseignants : c'est confondre l'action et le produit réalisé par l'action.

Dans le cas d'algorithmes répétitifs, il faut trouver la période, c'est à dire la plus longue partie constituée d'éléments successifs tous différents qu'il est possible de trouver. Cela correspond en sciences aux notions (notamment utilisées en cristallographie) de motifs de base et de répétition de ce motif sur la période spatiale :

- motifs dans les frises, dans les pavages...
- figures fractales

Pour établir des relations entre deux ensembles différents

Préfiguration de la notion de fonction.

Les critères sont donnés

(verbalement ou symboliquement)

Pour combiner

Pour imaginer et créer des éléments fantastiques ou non.

C'est une activité complémentaire de celle qui consiste à construire des réalisations monocritériées ; cette dernière est nécessaire à l'établissement d'une classification (classification des matériaux, par exemple ; les mathœufs étendus au toucher, à la matière...).

Pour compléter

1. Compléter un classement donné par un tableau à double entrée ;
2. Compléter un rangement donné par une suite d'images séquentielles (algorithme récursif) ou par une suite répétitive.

Pour associer un élément et son image

Les jeux d'association (mathœufs, maisons des qualités,...) vont permettre de construire avec les enfants les répertoires, les dictionnaires objet-signes (le livre des toudou, des kikipik,...). On peut aussi introduire la représentation du critère dans des "jeux de la marchande" où l'exhibition d'un signe à valeur de commande...

Coder les tris et les classements

Toutes ces activités de tri et de classement s'accompagnent inéluctablement d'un codage permettant l'explicitation des critères et des descripteurs choisis.

Construction des grandeurs

Nécessité de comparer les objets et les phénomènes

C'est pareil (=)

C'est pas pareil (< ou >)

Première grandeur construite

La première grandeur construite à l'école primaire c'est le nombre (combien y-en-a-t-il ? -> Cardinal), ceci à la maternelle et au CP.

Attention aux obstacles dans la formulation :

L'emploi de "autant que" pose problème car il est source de difficultés de compréhension ; on utilise alors "juste assez, pas un de plus, pas un de moins".

L'utilisation du "c'est pareil" est gênante parce qu'on semble prendre en compte ainsi d'autres grandeurs que le nombre. Le "c'est pareil" fait plutôt référence à la globalité de l'objet (superposition totale).

Grandeurs usuelles

Grandeurs mesurables

Nombre d'éléments d'un ensemble fini, capacité d'aimantation, durées, longueur, valeur marchande (prix), masse, capacité-volume intérieur, aire, volume, angles...

Grandeurs repérables

Température, instants, date, heures, âge, notes des compositions, altitude, solidité, rugosité / douceur / piquant, flexibilité/rigidité, intensité ("volume"), timbre et hauteur d'un son, couleur et brillance, luminosité/brillance (d'une ampoule), pression, vitesse, sensation de chaud et de froid...

Construction du concept de grandeur mesurable sans utiliser les nombres

- Nombre
- Longueur
- Poids → force exercée (masse ?)
- Capacité (volume occupé, volume intérieur,...) → obstacle définition du volume.
- Aire
- Durée
- Angle
- le volume propre des solides a été écarté → collègue

Grandeur	Phénomène "épuré"	C'est pareil	C'est pas pareil	Classement
nombre	collection discrète d'objets	en avoir juste assez, pas un de plus, pas un de moins	avoir plus d'éléments que	même nombre d'éléments que

prix	marchandise	coûte le même prix	coûte plus cher	même prix que
longueur	objets rectilignes, rigides, articulés, souples, segment de droite	est aussi long que	est plus long que	même longueur que
poids	objets pesants, boules de pâte à modeler	est aussi lourd que	est plus lourd que	même poids (masse) que
capacité	réipients pour divers fluides	contient autant que	contient plus que	même contenance que
aire	surfaces planes, polygonales, curvilignes	est recouverte exactement par la même quantité de papier	est recouverte par une plus grande quantité de papier	ont des aires égales "même aire"
durée	phénomène dans le temps	dure aussi longtemps que	dure plus longtemps que	même durée
angle	secteurs angulaires	a la même ouverture	a une plus grande ouverture	même angle

À la suite du classement, on peut aussi proposer des activités de rangement dans la classe : ranger du moins _ au plus _ .

Pour les comparaisons, on peut procéder directement ou indirectement :

Grandeur	Comparaison directe	Comparaison indirecte
nombre	comptage ou terme à terme	
prix	obstacle valeur/quantité	monnaie
longueur	prendre une origine commune	bande intermédiaire ou compas
poids	soupeser	emploi d'un ressort ou d'un élastique par comparaison des longueurs ou balance à deux plateaux
Contenance	transvaser et remplir	éprouvette cylindrique avec repérage des hauteurs
aire	inclusion ; découpage - recollage	quadrillage
durée	prendre une origine commune des temps ; inclusion temporelle	sablier, bougies
angle	découpage et superposition	angle de référence : angle droit, plein...

Quelques remarques de physicien...

- ❖ Importance du choix des objets ou des phénomènes pour la définition des grandeurs : un objet “physique” (à la différence des objets mathématiques) n’est jamais descriptible par le biais d’une seule et unique grandeur ; comment éviter alors les obstacles dus à la confusion de grandeurs qui n’ont rien à voir entre-elles ? (par exemple deux tiges de même longueur, une en bois, l’autre en métal n’auront pas la même flexibilité, ni même peut-être la même rectitude...) Il faut que l’enfant s’affranchisse des différents caractères de l’objet pour n’en retenir qu’un qui sera concerné (lui et seulement lui) par les relations d’ordre expérimentées.
- ❖ On ne tient pas compte des paramètres extérieurs pouvant influencer le mesurage (toutes choses étant égales par ailleurs...) et on assimile l’objet (voir remarque précédente) à la grandeur étudiée : on épure le réel dans un sens favorable à l’accomplissement de nos objectifs : il faut en avoir conscience.

Les remarques du mathématicien

Les propriétés des deux relations

- ❖ Relation d’équivalence “est aussi _ que”

1. Réflexive
2. Symétrique
3. Transitive

- ❖ Relation de préordre

—> seulement transitive

Les classements

—> acquisition des invariants

0-18 mois	Construction sensori-motrice de l’objet physique et de son espace
6-8 ans	OPÉRATIONS CONCRÈTES l’enfant acquiert la réversibilité logique ; conservation des “quantités discrètes” ; conservation des longueurs ; conservation des surfaces
7-8 ans	OPÉRATIONS CONCRÈTES conservation de la substance

8-9 ans	OPÉRATIONS CONCRÈTES conservation du poids ; première conservation du “volume intérieur” ; conservation des verticales et des horizontales
11-12 ans	OPÉRATIONS FORMELLES conservation du volume
12-16 ans	OPÉRATIONS FORMELLES élaboration possible des notions conceptualisées, formalisées, mathématisées, de masse

Les nombres associés

Pourquoi associer des nombres ?

Il faut pouvoir sortir de la procédure de comparaison deux à deux pour les raisons évoquées plus haut ; il faut de même rendre les comparaisons plus précises pour traiter autre chose que des cas “évidents”.

Enfin, puisqu'on travaille, entre autres, sur des grandeurs “mesurables”, cela va nous permettre de faire des calculs...

Mesure d'une grandeur mesurable

Application de la mesure

À une grandeur, on associe un nombre positif ou nul

Propriétés

$$\text{mesure}\{\emptyset\} = 0$$

$$\text{mesure}\{A \cup B, A \cap B = \emptyset\} = \text{mesure}\{A\} + \text{mesure}\{B\}$$

Repérage d'une grandeur repérable

La question de l'origine : un certain nombre de grandeurs ne sont pas définies de manière absolue mais ne prennent de sens qu'à travers la comparaison, donc la différence, entre deux valeurs.

Exemples

On peut citer le cas du potentiel électrique (grandeur définie en un point d'un circuit et qui caractérise “l'état électrique” de ce point du circuit). Ce potentiel est défini à une constante près. Ce à quoi nous avons accès expérimentalement, c'est à la différence de potentiel entre deux points du circuit (tension électrique entre ces deux points). La valeur et le signe de cette grandeur qui se calcule à partir de la précédente nous permet de prévoir “l'é-

coulement” (vitesse et quantité) des charges dans le circuit entre ces deux points. On a aussi pris l’habitude de définir la “masse électrique du circuit” qui représente les points du circuit doués par définition, d’un potentiel nul. On définit alors une “origine” pour les potentiels. On peut noter que le potentiel et la tension s’expriment, par la relation qui les lie, dans la même unité. (c’est la même chose pour le cas des hauteurs cité ci-dessus). On voit aussi qu’opérer des différences sur des grandeurs mène inmanquablement à la définition de valeurs négatives des mesures.

Le cas du repérage de la température est encore plus complexe. Il existe des échelles relatives de température, comme l’échelle centigrade ou l’échelle Fahrenheit. Le principe de ces échelles est la définition d’un degré en rapport avec des phénomènes physiques connus ; on prend la fusion de la glace d’eau pure au niveau de la mer et l’ébullition de l’eau pure liquide dans ces mêmes conditions. On convient que 100 degrés centigrade ou 180 degrés Fahrenheit séparent les températures de ces deux points (0° et 100° pour l’échelle centigrade, 32° et 212° pour l’échelle Fahrenheit). On définit ainsi une origine et une “graduation” phénoménologiques. L’échelle est relative. La définition de l’échelle absolue (Kelvin) prend en compte des données théoriques : le 0 kelvin correspond à l’absence asymptotique de tout mouvement (vibrations des atomes...) au sein de la matière. L’échelle Kelvin ne comprend pas de valeurs négatives qui ne correspondent à aucune réalité physique. L’échelle Celsius est alors construite sur l’échelle Kelvin en conservant la valeur du degré centigrade : le 0°C est situé à 273,15 K et le 100°C à 373,15 K. La glace d’eau pure fond à 273,15 K et l’eau pure bout à 373,15 K. L’échelle Kelvin et celle qui en est déduite, l’échelle Celsius, sont absolues et donnent une température “thermodynamique”.

Hauteur et altitude

La mesure de la grandeur “longueur” dans le sens vertical pose suffisamment de problèmes pour qu’on y réfléchisse un peu...

Le premier sens du mot “**hauteur**” est “dimension dans le sens vertical”. La hauteur d’un objet permet donc, avec la donnée de sa largeur et de sa profondeur, de décrire ces dimensions. Dans ce sens la hauteur en tant que longueur est une **grandeur mesurable** (la mesure de la hauteur de la superposition de deux objets de mesures de hauteur définies se déduit de celles-ci). Il faut alors bien faire la différence entre la hauteur d’un objet telle qu’on vient de la définir et “l’**altitude**” qui fait référence à la position verticale d’un objet ou

d'un lieu par rapport au niveau de la mer ; cette dernière grandeur est, quant à elle, une **grandeur repérable** puisque l'addition d'altitudes ne prend aucun sens. La difficulté vient du fait qu'on dit de l'altitude qu'elle est une hauteur mesurée par rapport à une référence (le niveau de la mer). Pour le dictionnaire, le mot "altitude" est synonyme de "hauteur absolue" et on utilise la locution "hauteur relative" pour définir l'élévation visible d'un objet, sa dénivellation, la distance verticale comprise entre son sommet et le sol environnant dans le cas par exemple d'une montagne ou d'une colline.

Il faut donc bien faire attention quand on utilise le mot "hauteur" d'être clair sur le sens qu'on lui donne (dimension ou position verticale) et être conscient des obstacles que son utilisation induit.

Place particulière des longueurs

Constats

Rôle privilégié dans la construction du nombre

On voit que les réglettes Cuisenaire (illustration ci-contre) utilisent la possibilité de faire correspondre longueur et nombre en permettant le dénombrement et la construction d'équivalences par comparaison de longueurs.

Étymologie / vocabulaire

mètre, métrique, métrologie : < grec metron, mesure

L'Assemblée Nationale, le 26 mars 1791, adopte un mètre égal à la dix millionième partie du quart du méridien terrestre. Le choix de ce nom fait occuper à la longueur une place privilégiée parmi les grandeurs. Ce n'est pas la seule raison. De nombreux appareils de mesure, surtout avant l'apparition des formats numériques, traduisent les mesures d'intensité des grandeurs en déplacements sur des cadran, tige graduée, ... On a donc pris l'habitude de se représenter les variations mesurées des intensités des grandeurs via des variations de "longueur".



Rôle important dans la représentation des autres grandeurs

Imaginons que nous traitons un problème physique de mécanique du point à deux dimensions (balistique par exemple, mouvement dans un plan) dans lequel intervient la représentation de la position, de la vitesse, de l'accélération, des forces en présence... Tous les vecteurs qui représentent ces grandeurs vectorielles (vecteurs définis sur deux coordonnées $\langle x, y \rangle$), nous les dessinons sur une même feuille de papier. Cette feuille est l'espace géométrique plan contenant les vecteurs-positions. Nous avons ainsi assimilé les espaces des vitesses, des accélérations, des forces et des positions à l'un d'entre eux : l'espace géométrique plan. Ceci a été rendu possible par le fait que les propriétés mathématiques de ces vecteurs, dans chacun des espaces correspondants, sont identiques. Topologiquement parlant, ces espaces possèdent la même "métrique". En particulier, les règles de calcul y sont définies de la même manière. Seule leur nature physique (dimension physique) nous permet de distinguer ces grandeurs vectorielles, mais pas leur nature mathématique.

On dit que l'on procède à l'assimilation d'espaces isomorphes ("qui ont la même forme") à l'un d'entre eux.

(d'après Claude Jeanperrin, "Initiation progressive au calcul tensoriel", Ellipses)

Ceci peut poser un certain nombre de problèmes : on retrouve la même difficulté dans les représentations graphiques (population par pays, âge par élève, note par élève...) ou les longueurs peuvent représenter des grandeurs continues ou discrètes...

Peut-être le problème le plus angoissant se pose lorsque ce que l'on veut représenter, c'est une longueur ! (1 cm pour 100 m par exemple → notion d'échelle en train de disparaître des programmes...)

Premier mesurage de longueur d'objets rectilignes avec emploi d'unités arbitraires

À la grande section

→ fil, papier collant, bandes de papier.

→ cadres,...

Nécessité d'avoir les mêmes mesures pour communiquer

→ problème du codage (rapporter au cas de la schématisation)

—> au sein de la classe

—> en direction de l'extérieur

Sur une collection d'objets de même nature mais de longueurs différentes, on choisit le plus court comme "référence" et on exprime la longueur de chaque objet en terme de multiples de cette référence (ou d'un encadrement de deux de ceux-ci, voir ci-après).

Ensuite, on pourra privilégier une approche historique, avec nécessité de comprendre les informations venant du monde extérieur - et de faire comprendre les siennes (communication).

Faire des encadrements entre deux entiers naturels : choisir des unités plus petites ou plus grandes

Encadrement de la mesure :

Soit à mesurer une longueur de 28,0569 m

Alors on a :

$28 \text{ m} < \text{longueur} < 29 \text{ m}$ —> pas très précis (constater "le vide" autour !)

$2\ 805 \text{ cm} < \text{longueur} < 2\ 806 \text{ cm}$ —> mieux !

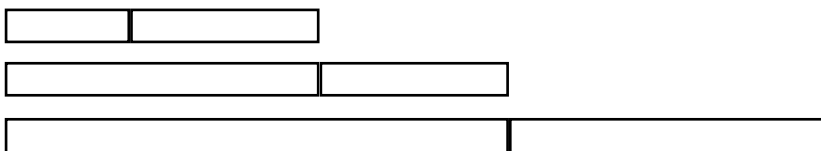
$28\ 056 \text{ mm} < \text{longueur} < 28\ 057 \text{ mm}$ —> encore mieux !

Le dernier encadrement permet d'estimer la longueur à une précision d'un mm.

Cela justifie la nécessité d'avoir des unités avec des relations entres-elles.

Les unités-homme des bâtisseurs de l'époque romane

La pige et les différentes unités



Les relations

—> le nombre d'or

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$$

cela revient à résoudre :

$$x^2 = x + 1 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ et } x \geq 0 \text{ donc } x \approx 1,618$$

Mesurage, mesures et unités

Différents systèmes de mesure

Les mesures avant le système métrique

Choix des étalons fondamentaux

L'homme est la mesure de toutes choses, disait Protagoras. Cet anthropocentrisme a peu à peu été chassé de la physique, malgré les tentatives récentes pour introduire un certain "principe anthropique"² en cosmologie. Mais il en reste quelque chose dans les anciennes mesures de longueur comme la toise, le pied ou le pouce. "Prenez 16 hommes, des petits et des grands, au moment où ils sortent de l'église, et demandez-leur de poser un pied après l'autre ; et la longueur ainsi obtenue fournira une règle juste et commune pour mesurer les champs". Cette référence humaine avait l'avantage d'être facilement accessible, mais le même nom recouvrait souvent des quantités différentes selon le pays ou la corporation; l'aune valait 0,67 m en Prusse et 1,19 m à Paris ! Les transactions commerciales ont montré la nécessité d'étalons moins sujets à variations.

"La mesure, science et philosophie", Jean Perdijon, Dominos Flammarion.

Le système anglo-saxon

Anglais / U.S. à Métrique

Anglais / U.S.	Métrique
1 Ounce (avoirdupois) (oz.)	28.3495 grammes
1 Pound (avoirdupois) (livre ou lb. ou # ou 16 oz.)	0.4536 kilogrammes
1 Inch (pouce ou in. ou ")	2.5400 centimètres
1 Foot (pieds ou ft. ou ' ou 12 inches)	0.3048 mètres
1 Foot (pieds ou ft. ou ' ou 12 inches)	20.4800 centimètres
1 Yard (yd. ou 3 ft. ou 36 in.)	0.9144 mètres

² Principe selon lequel l'évolution de l'Univers a permis l'arrivée de l'homme sur Terre, et pourrait même avoir eu ce but.

1 Mile (mi. ou 5280 ft. ou 1760 yds)	1.6093 kilomètres
1 Cubic Foot (pieds cube ou ft3)	0.02832 mètres cube
1 U.S. Gallon (gal.)	3.7853 litres
1 U.K. Gallon (gal.)	4.4560 litres

Le système métrique : la question des étalons

On s'est d'abord orienté vers des étalons naturels qui semblaient particulièrement bien définis et stables. En 1670, l'abbé Mouton proposa de prendre comme unité la longueur de méridien correspondant à une minute sexagésimale. Le 26 mars 1791, l'Assemblée nationale adopta un mètre égal à la dix millionième partie du quart du méridien terrestre: « Un méridien passe sous le pied de chaque être humain, et tous les méridiens sont égaux. » On a pris la durée du jour pour définir le temps (la seconde est la 86 400e partie du jour solaire moyen), un certain volume d'eau pour définir la masse (le kilogramme est la masse d'un décimètre cube d'eau à 4 °C). Mais il est délicat de mettre en mémoire ces valeurs sous la forme d'étalons facilement manipulables. On a donc cherché à traduire les étalons naturels en étalons plus commodes d'emploi. La règle a facilement remplacé le méridien et le cylindre métallique le cube d'eau, mais il a fallu beaucoup de progrès techniques pour que les battements réguliers du pendule puissent être maîtrisés à l'intérieur d'un chronomètre aisément transportable ; c'est pourquoi la détermination de la longitude a longtemps été un problème en navigation.

L'évolution a ensuite consisté à rechercher une précision et une stabilité toujours accrues. Maxwell faisait remarquer en 1870 : « Si nous voulons des unités de longueur, de temps et de masse qui soient absolument permanentes, nous ne devons pas les rechercher dans les dimensions ou le mouvement ou la masse de notre planète, mais dans la longueur d'onde, la période de vibration et la masse de ces molécules impérissables, inaltérables et parfaitement identiques. » On a rattaché le mètre à une longueur d'onde en 1960 (ce que Babinet avait déjà suggéré en 1827, sans en avoir les moyens) et la seconde à une fréquence atomique en 1967. Depuis 1983, le mètre est déduit de la seconde à partir de la vitesse de la lumière, supposée parfaitement connue (à noter que l'Assemblée nationale avait envisagé en 1790 de le définir comme étant la longueur du pendule battant la seconde à Paris). Il reste l'étalon de masse, un cylindre en platine iridié conservé sous une triple cloche dans les caves du pavillon de Breteuil à Sèvres, mais comment s'en débarrasser ?

“La mesure, science et philosophie”, Jean Perdijon, Dominos Flammarion.

Des activités à conduire

Fabriquer des instruments gradués

Commentaire de mise en garde

Le principe est ici de ramener le mesurage d'un certain nombre de grandeurs, par un système physique approprié, au mesurage d'une longueur.

En effet, si on construit par exemple un verre mesureur, le volume contenu sera repéré par une échelle de hauteurs. On aura le même problème si on construit une horloge à eau...

De la même façon, la balance romaine indique la masse pesée via un étalonnage sur la tige qui fait office de bras de levier : c'est le déplacement de la masse fixe sur cette tige qui permet de mesurer la masse suspendue...

—> problèmes : comme on l'a déjà signalé, si la manipulation de transposition d'une grandeur à l'autre n'est pas apparente, risque de confusion des grandeurs associées aux phénomènes (la longueur, grandeur “universelle” dans l'optique du résultat pratique).

—> Cela repose le problème des invariants et du passage de l'invariant “longueur” à l'invariant “volume” via des mesurages de hauteurs ! En effet, le repérage d'un volume par une hauteur n'est possible et valable que pour une section donnée d'un récipient ; si on change la section du récipient, l'échelle de hauteur doit être à nouveau étalonnée. Il faut coordonner changement de section des récipients et changement de hauteur de liquide pour pouvoir dire que le volume se conserve lors du transvasement.

Des règles en collant, en reportant bout à bout des unités

—> résoudre les obstacles nombre/intervalle (an 2000...)

représenter son âge

une règle avec des dm, m

Des verres “doseurs”

unités pot de yaourt, cuiller à soupe...

Utiliser des instruments gradués

—> comprendre comment cela marche.

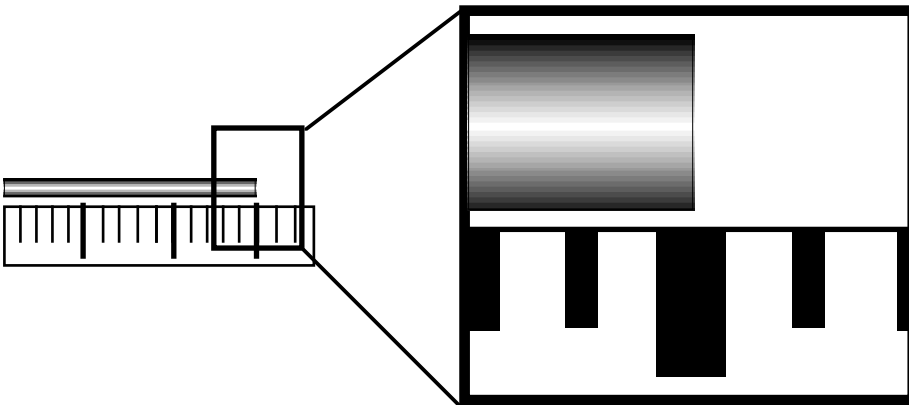
Exercices de conversion

Point de vue du Physicien

1 km, c'est pas pareil que 1000 m !

Tout acte de mesurage est entaché d'erreurs inévitables : imprécisions dues au manipulateur (interpolation des mesures, par exemple), dues aux propriétés intrinsèques de l'appareil de mesure.

Par exemple, si on grossit les graduations d'une règle, on constate qu'un "ça tombe juste" à notre échelle est difficile à interpréter si on veut de la précision (d'où l'intérêt aussi de choisir l'outil en fonction de la précision recherchée).



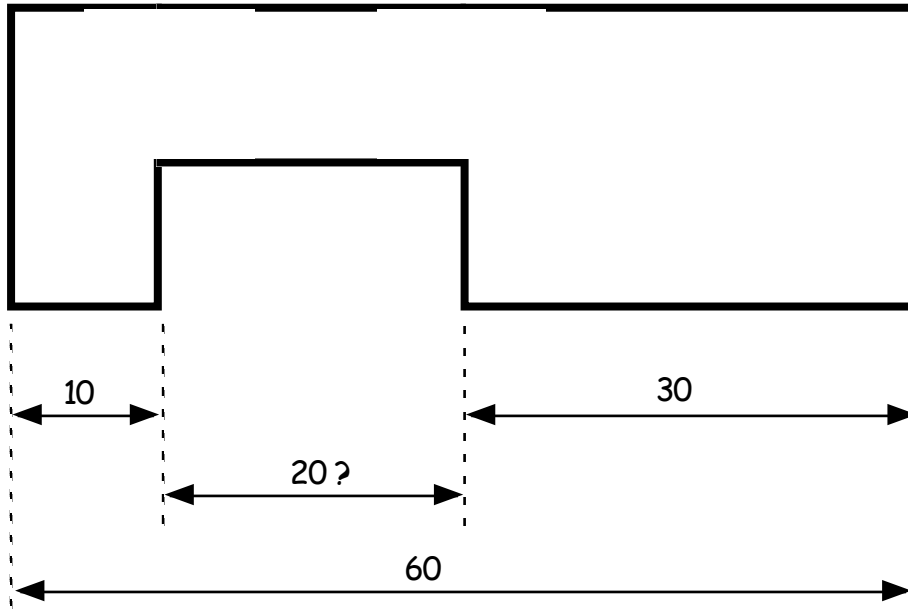
Le résultat (la mesure) doit donc être donné en indiquant la précision de la mesure, qui correspond en fait à un encadrement plus ou moins fin de la valeur donnée. Un calcul d'erreur préparatoire permet d'évaluer cette précision. Quand celle-ci n'est pas indiquée, on convient que la mesure est précise à la demi-unité près ; ainsi, une mesure de 1 km quantifie une longueur telle que : $0,5 \text{ km} < \text{longueur} < 1,5 \text{ km}$; de même, une mesure de 1000 m quantifie une longueur telle que : $999,5 \text{ m} < \text{longueur} < 1000,5 \text{ m}$;

Ainsi, pour le physicien, le choix d'exprimer une valeur selon un (sous-) multiple particulier de l'unité traduit une réalité physique.

Ce qui a été dit ci-dessus à propos de la précision rend nécessaire l'introduction des nombres décimaux.

Point de vue du "technologue" : l'hypercotation

10 + 20 + 30 n'est pas égal à 60 !



Problème de la largeur de découpe due à l'outil de découpage

—> l'indication de la cotation révèle une option technologique de découpe particulière.

Introduire et utiliser des nouveaux nombres

—> Introduction des décimaux (pas comme une somme d'entiers, mais comme une nouvelle "race" de nombre.)

Sens physique lié à l'unité

L'unité donne le sens physique de la mesure.

D'où la nécessité de bien dire et de bien écrire les unités des grandeurs composées : exemple km/h...

Application :

Construction de la grandeur masse à partir des phénomènes d'équilibres.

1. Constatation de situations d'équilibres et de déséquilibres dans la vie quotidienne : jeux avec le "tape-cul" dans la cour de l'école, verbalisation et reproduction en classe avec règle et gomme...
2. Fabrication de mobiles à équilibres horizontaux simples (une tige suspendue par son milieu et deux points d'attache à égale distance du point de suspension) :
 - 2.1. Constatation que l'équilibre horizontal peut se réaliser en disposant deux objets identiques à égale distance du point de suspension (pivot) ;
 - 2.2. Constatation que des objets de matières différentes de même forme et de même taille ne réalisent, pas dans ces conditions, l'équilibre horizontal ;
 - 2.3. Constatation que des objets différents ou des associations d'objets différents peuvent réaliser l'équilibre horizontal à égale distance du point de suspension ; Un des partenaires restant le même (un objet servant de référence), verbalisation de l'équivalence des actions produites sur le mobile par d'autres objets ou associations d'objets ; notion de comparaison (a le même effet que) ; caractérisation de l'effet rapporté au poids et à la masse (indifférenciés à l'école primaire) ;
 - 2.4. Constatation que, quand dans ces conditions l'équilibre horizontal n'est pas atteint, une variation de la distance du point d'attache d'un des partenaires au point de suspension permet d'obtenir l'équilibre horizontal.
3. Travail sur les balances qui fonctionnent sur le principe du mobile simple (dans l'idée de les utiliser pour comparer des masses) :
 - 3.1. Balance à fléau et balance de Roberval (analyse systémique) ;
 - 3.2. Fabrication d'une balance de Roberval pour les aspects techniques liés à l'horizontalité des plateaux.
4. Grâce à ces balances :

- 4.1. Comparer les masses d'objets deux à deux (même masse, plus lourd, moins lourd...);
 - 4.2. Principe de la mesure : Utiliser une série d'un objet de référence (billes, graines, cubes de légo...) pour servir d'étalon et fournir des encadrements des masses des autres objets d'une collection pour communiquer ses résultats à d'autres qui possèdent le même objet de référence. Nécessité de prendre comme référence l'objet le moins lourd de la collection. Aspect pratique des multiples de l'objet de référence pour faciliter les encadrements ;
 - 4.3. Passage aux unités légales et aux étalons réguliers (masses marquées). Pratiques de mesures.
5. Travail sur la balance romaine qui utilise le principe d'une masse fixe que l'on déplace pour réaliser l'équilibre (application du principe des leviers).
- 5.1. Analyse systémique de balances de ce type ;
 - 5.2. Formulation (ou reformulation) du principe des leviers ;
 - 5.3. Fabrication pour mettre en œuvre un principe d'étalonnage.

ANNEXE 1

Ceci est extrait de "La mesure, science et philosophie", Jean Perdijon, Dominos Flammarion.

Les notes proviennent du dictionnaire encyclopédique Larousse et des autres ouvrages cités dans ce travail.

La réalité et le concept de grandeur

Opérationnalisme ou réalisme ? Qu'est-ce qui préexiste, la grandeur ou l'instrument ?

L'idée de température est indépendante du thermomètre, mais on a besoin de l'idée pour fabriquer l'appareil. Est-ce le physicien qui poursuit un temps universel, ou bien est-ce l'horloger qui crée un temps de plus en plus précis ? Toute observation, quel que soit son degré de sophistication, qu'elle soit passive ou accompagnée d'une expérimentation, se fait dans le cadre d'un certain système conceptuel, dont on n'a pas toujours conscience. Plus généralement, toute science doit d'abord s'interroger sur ses conditions d'existence: elle doit définir quels seront les objets qu'elle va considérer comme existant réellement.

Ce choix est un problème philosophique. Selon une première école, il ne faut prendre en compte dans un phénomène que les objets qui peuvent être définis par une suite finie d'opérations, exécutées au moyen d'instruments physiques. C'est l'opérationnalisme³, qui trouve son origine dans les réflexions de Mach⁴ et qui a été formalisé par Bridgman⁵.

3 Doctrine selon laquelle la connaissance est limitée aux seules notions qu'on peut définir par la description des moyens à employer pour les atteindre.

4 Physicien et philosophe autrichien (Chirlitz-Turas,auj. Chrlice-Turany, Moravie, 1838 - Haar, près de Munich, 1916). Il a mis en évidence le rôle de la vitesse du son en aérodynamique et fait une étude critique des principes de la mécanique newtonienne, montrant en particulier que l'interaction entre deux masses ne pouvait s'étudier en faisant abstraction du reste de l'Univers. Sa philosophie des sciences soutient que seul existe ce qui peut être exprimé dans les lois expérimentales ; elle a eu une grande influence sur les premiers travaux d'Einstein concernant la relativité restreinte.

5 Physicien américain (Cambridge, Massachusetts, 1882 - Randolph, New Hampshire, 1961). Prix Nobel en 1946 pour ses recherches sur les ultrapressions.

D'après cette position, l'objet en métrologie⁶ est la mesure elle-même. Il serait donc parfaitement vain de vouloir rechercher une quelconque réalité au-delà de l'indication donnée par l'instrument, et Ullmo va jusqu'à écrire: « C'est la mesure même qui définit la grandeur à mesurer ; celle-ci ne préexiste pas à sa mesure, comme une intuition sommaire l'a fait longtemps croire. » On voit que l'opérationnalisme n'est pas très éloigné du relativisme⁷ ou même du solipsisme⁸.

D'après la position opposée, celle du réalisme⁹, il faut au contraire supposer l'existence d'un objet si cette hypothèse est absolument nécessaire pour comprendre le phénomène. Toute la richesse de la démarche réaliste consiste à trouver un modèle permettant de reconstruire ensuite le réel à partir du sensible. Nous supposons que cette représentation mentale, suggérée par nos sens et subodorée par notre pensée au-delà de nos sensations, correspond à un monde bien réel, qui existe effectivement en dehors de notre pensée et qui est en plus intelligible par cette même pensée. Nous pensons donc qu'il existe une réalité constituée de corps, caractérisés par leurs qualités, et nous partons de cet a priori: les corps, que nous avons construits avec leurs caractères propres, existent réellement. Il existerait donc quelque chose indépendamment de la mesure: l'objet de la métrologie est alors la grandeur.

Bien que la plupart des scientifiques préfèrent la commodité d'une attitude opportuniste nous affirmons ici une position réaliste. Mais il faut rester conscient d'un certain caractère conventionnel des objets, d'une certaine circularité du raisonnement : nous avons l'idée

6 La métrologie (science de la mesure) englobe les connaissances qui permettent d'attacher au résultat d'une mesure la signification exacte qu'on peut en attendre dans des conditions de mesure données. Elle s'intéresse à tous les éléments qui entrent en jeu et s'attache particulièrement à analyser les causes d'erreur. La métrologie joue un rôle important dans toutes les activités techniques, en particulier dans l'industrie. Elle permet, par exemple, d'assurer l'assemblage des pièces mécaniques, la surveillance des procédés de fabrication, le contrôle de qualité des produits, etc. Du côté des activités scientifiques, la physique expérimentale, en particulier, dont l'objet est, notamment, d'infirmier ou de confirmer les théories ou les hypothèses nouvelles, fait appel à une métrologie d'autant plus poussée que les expériences sont plus sophistiquées, le matériel plus complexe et que la précision des mesures ne cesse d'augmenter. Dans cette « course à la précision », physique de la mesure et physique théorique, a priori très éloignées l'une de l'autre, se voient converger sur la définition des unités de mesure et la question des constantes fondamentales.

7 Doctrine philosophique selon laquelle toute connaissance est dépendante d'une autre connaissance ou est liée au point de vue du sujet.

8 Conception philosophique selon laquelle le moi, avec ses sensations et ses sentiments, constitue la seule réalité existante (du lat. solus, seul, et ipse, soi-même).

9 Doctrine qui affirme que la connaissance du réel constitue le réel lui-même. (Pour les philosophes du Moyen Âge, le réalisme s'oppose au nominalisme ; pour les logiciens modernes, le réalisme s'étend aux propriétés des entités logicomathématiques et à leurs relations).

d'une certaine qualité en la reconnaissant dans certains corps, mais nous ne pouvons reconnaître cette qualité dans un corps que si nous en avons déjà l'idée. C'est pourquoi il ne faut pas oublier que la consistance de notre représentation repose uniquement sur sa cohérence logique, sur l'absence d'observation contradictoire, sur la convergence de méthodes fondées sur des processus différents et pratiquées par des personnes différentes. La carte n'est pas le territoire, mais nous ne pouvons avoir une idée de celui-ci qu'à la suite d'un grand nombre d'allers et retours entre les deux.

Freud a écrit: *“Nous avons souvent entendu formuler l'exigence suivante: une science doit être construite sur des concepts fondamentaux clairs et nettement définis. En réalité, aucune science, même la plus exacte, ne commence par de telles définitions. Le véritable commencement de toute activité scientifique consiste plutôt dans la description de phénomènes, qui sont ensuite rassemblés, ordonnés et insérés dans des relations. Dans la description déjà, on ne peut éviter d'appliquer au matériel certaines idées abstraites que l'on puise ici ou là et certainement pas dans la seule expérience actuelle. [...] Ce n'est qu'après un examen plus approfondi du domaine de phénomènes considérés que l'on peut aussi saisir plus précisément les concepts scientifiques fondamentaux qu'il requiert et les modifier progressivement pour les rendre largement utilisables ainsi que libres de toute contradiction. C'est alors qu'il peut être temps de les enfermer dans des définitions.”*

Corps et qualités

Les concepts de corps et de qualité ne sont pas indépendants. Un corps ne peut être décrit que si on en a reconnu l'unité ; or c'est la continuité¹⁰ de la qualité à travers le corps qui permet d'en reconnaître l'unité. La notion de continu paraît d'origine intuitive en géométrie. Elle ne s'applique en rigueur que si l'ensemble des points considérés jouissent à la fois de la connexité et de la compacité. La connexité, c'est la possibilité de passer d'un point à un autre sans quitter la figure ; la compacité, c'est la totalité excluant une limite qui se situerait hors de l'ensemble.

Si le monde est fait de briques, celles-ci ne peuvent être constituées que de briques plus petites ou bien de continu. Nous avons le choix entre accepter l'idée d'un continu sous-jacent ou bien subir une régression à l'infini qui aboutit au même continu. Nous sommes ainsi amenés à nous représenter physiquement les corps par des champs décrivant dans

¹⁰ Un corps est continu si la qualité qui le définit a une valeur finie en chaque point du corps et prend une valeur voisine en un point voisin.

l'espace et dans le temps la variation de certaines grandeurs, qui varient faiblement et régulièrement à l'intérieur de leur volume, mais brutalement à leur surface: en d'autres termes, la fonction donnant la valeur de la grandeur en un point x, y, z du corps à l'instant t est continue et non nulle. Malheureusement, aucune théorie parfaitement cohérente du champ, dont tous les éléments seraient continus et qui ne présenterait aucun point singulier, n'a encore pu être proposée; c'est ainsi que la charge ponctuelle coexiste avec le champ électromagnétique.

On peut ensuite considérer les corps en tant qu'individus se distinguant du reste du monde par des valeurs différentes de leurs grandeurs, ou au contraire en tant que population dont les individus se rapprochent par une valeur commune de leurs grandeurs.

Concept de grandeur physique

C'est un effort musculaire du même type qu'il faut exercer pour soulever un poids ou pour tirer sur un ressort ; d'où le concept de grandeurs de même espèce, ici le "poids" et la "force". Par ailleurs, de nombreux objets présentent cette même qualité d'être pesants. L'expérience qui consiste à accrocher des poids différents à un même ressort montre que tous les poids ne conduisent pas au même allongement ; d'où le concept de valeur (ou d'intensité) d'une grandeur. Ainsi la grandeur est liée à la qualité, alors que l'intensité exprime la quantité. Il ne faut donc pas confondre les concepts de grandeur et de valeur (ambiguïté qui est entretenue par la traduction anglaise de "grandeur" : quantity).

Mais toutes les grandeurs physiques ne sont pas directement sensibles par l'opérateur ou exploitables par la machine. Il faut alors traduire les grandeurs primaires en grandeurs secondaires ; c'est ainsi qu'un interféromètre traduit une longueur d'onde invisible en un déplacement d'index face à une graduation. La loi de traduction doit être bien connue ; ne pas chercher à la vérifier avec l'appareil ainsi réglé ! Enfin, la mise en évidence de concepts plus complexes, par exemple celui de "masse", nécessite non seulement des expériences moins immédiates, mais encore des interprétations moins directes.

Représentation, composition, extension des grandeurs

La valeur de la plupart des grandeurs peut être exprimée à l'aide d'un seul nombre ; on dit alors que la grandeur est scalaire. Il n'en est pas ainsi pour les grandeurs vectorielles ou tensorielles, mais on peut ramener leur représentation à celle de plusieurs grandeurs scalaires. Par exemple, une vitesse en un point est définie par ses trois composantes, un

courant électrique par son intensité et sa polarité. De même, une distribution est définie par plusieurs grandeurs scalaires, les nombres d'individus par classe.

Pour la plupart des grandeurs courantes, on peut définir la somme de deux valeurs d'une même grandeur: on sait par exemple additionner physiquement deux longueurs ou deux masses. Ces grandeurs ont les propriétés d'un groupe additif commutatif ; on dit qu'elles sont "mesurables". On leur rattache des grandeurs pour lesquelles l'addition physique n'est pas réalisable, mais dont la somme peut néanmoins être définie à partir d'une loi physique ; ainsi la résistivité est mesurable, bien qu'on ne sache pas ajouter deux résistivités.

Par contre il existe des grandeurs dont on ne sait que constater l'égalité, ou dire si l'une est plus grande que l'autre: c'est le cas par exemple de la température ou de la dureté. Ces grandeurs forment un ensemble ordonnable ; on dit qu'elles sont "repérables". Cependant, la distinction entre grandeurs mesurables et grandeurs repérables peut être subtile : un temps-instant est repérable, alors qu'un temps durée est mesurable. A la limite, l'échelle de repérage est tellement réduite qu'on peut seulement exprimer la valeur de la grandeur en tout ou rien ; on parle alors d'attribut. C'est ainsi qu'un produit peut être bon ou défectueux; un calibre "entre-n'entre pas" permet de classer par exemple des axes en deux catégories selon leur diamètre.

Les grandeurs sont définies dans un certain référentiel¹¹ . Lorsqu'il s'agit d'étudier les qualités d'un corps en lui-même, par exemple sa forme ou ses propriétés physiques, on choisit bien entendu un référentiel lié au corps. Pour étudier ses relations avec le reste de l'Univers, par exemple son déplacement ou son énergie, il faut savoir dans quel référentiel on se place.

Une grandeur est en général définie en tous points d'un corps donné : c'est une grandeur moyenne car on peut déterminer une valeur commune pour tout le volume du corps ; donnons comme exemple la masse volumique d'un objet. Dans le cas de la rugosité, la moyenne ne concerne que la surface du corps. Enfin, certaines propriétés, comme la longueur, l'épaisseur ou le diamètre, sont extrémales; le diamètre d'un ensemble de points est par exemple défini comme étant la plus grande distance entre deux points quelconques.

¹¹ Repère spatial permettant de décrire un objet, complété d'un repère temporel pour décrire son mouvement.

On ne se contente pas toujours de connaître la valeur moyenne d'une grandeur, on peut aussi s'intéresser à ses variations locales à travers le corps; on définit ainsi des écarts qui peuvent être considérés comme des grandeurs différentielles. C'est le cas par exemple des défauts dans un solide, des turbulences dans un fluide...